



آموزش مجازی

سیستم‌های کنترل خطی

مهندسی برق

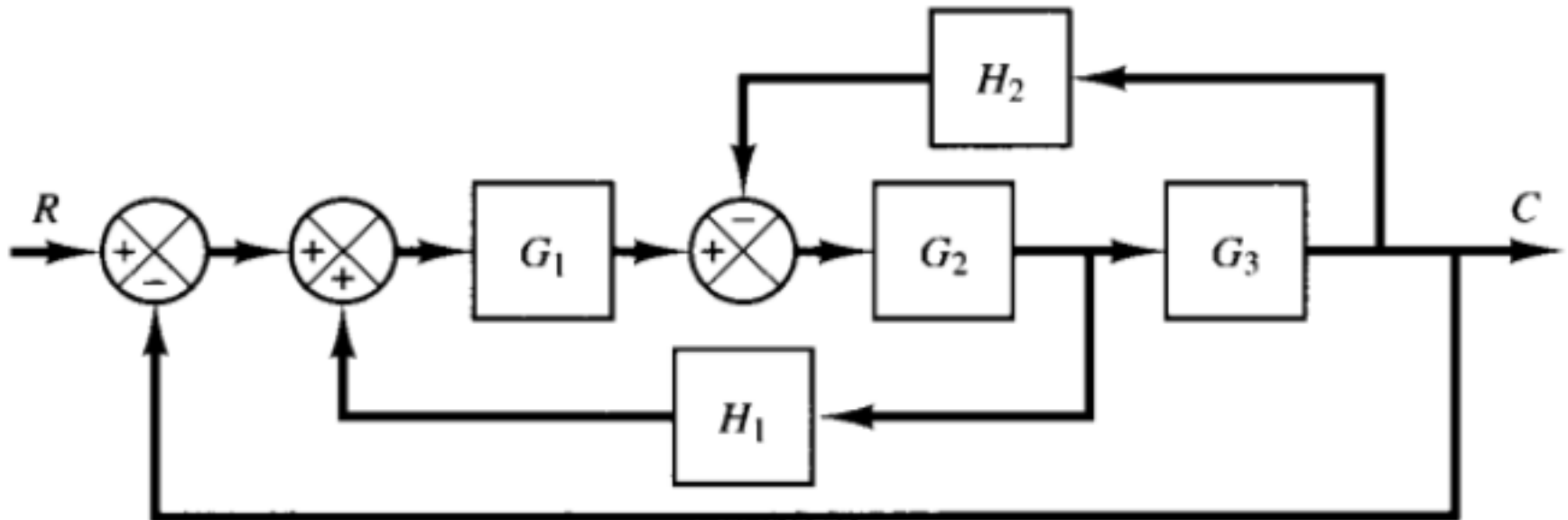
دانشگاه آزاد اسلامی واحد علوم و تحقیقات

استاد: سیدمجید تیموری

مدل سازی ریاضی سیستم‌های کنترل: تابع تبدیل

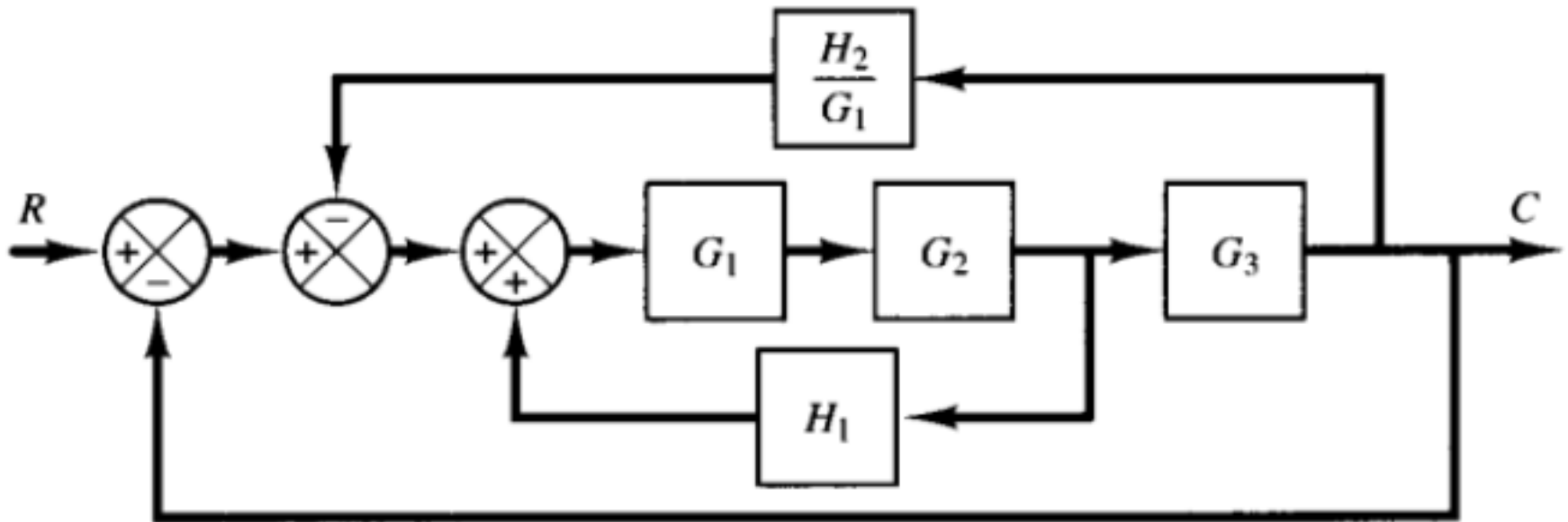
(یادآوری) مثال ۱

- تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



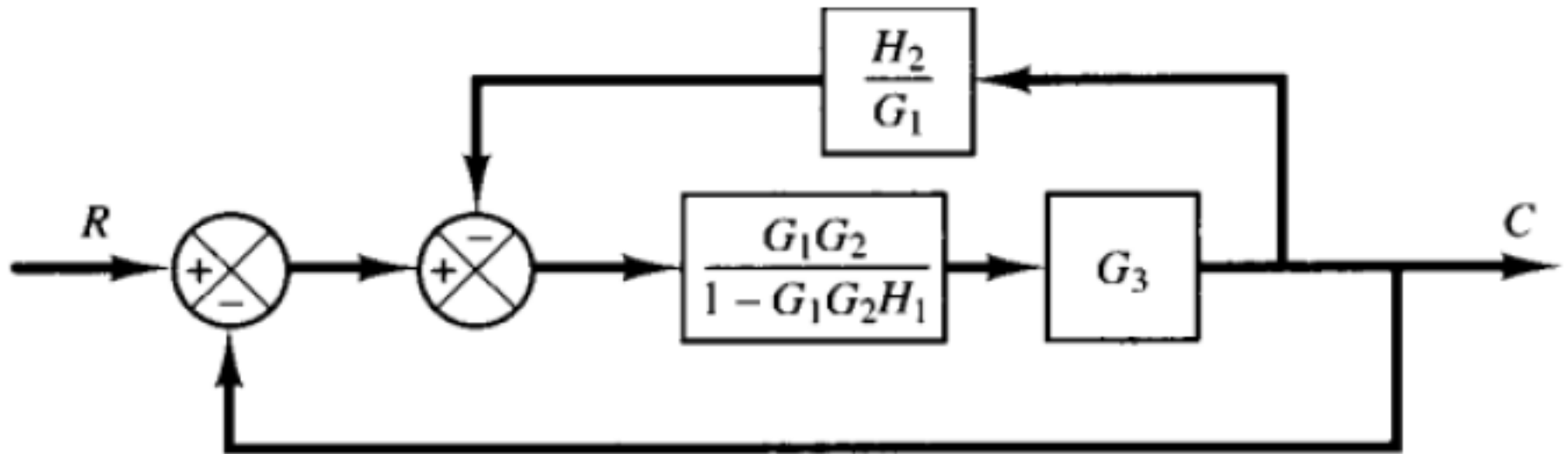
حل مثال ۱

- مرحله اول: جابجایی جمع کننده بین G_1 و G_2



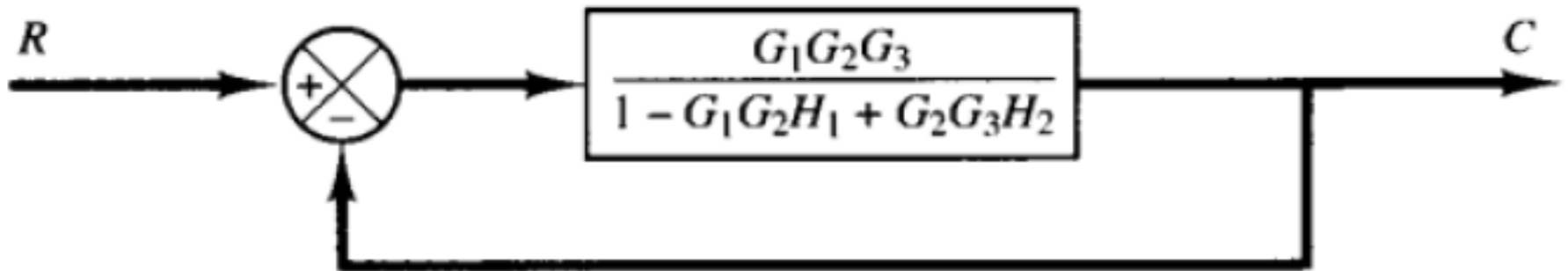
حل مثال ۱

- مرحله دوم: ساده کردن فیدبک مثبت بین $G1$ و $G2$ و $H1$



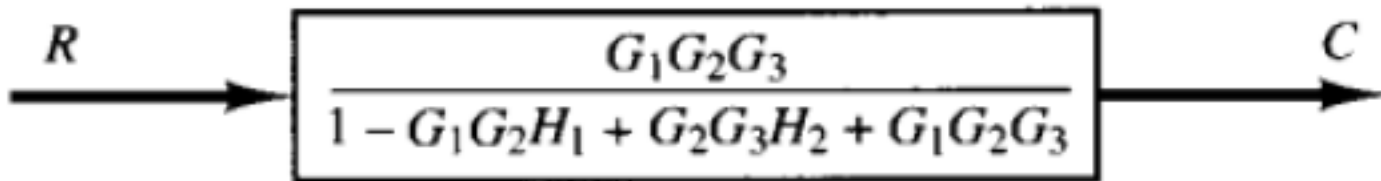
حل مثال ۱

- مرحله سوم: ساده کردن بلوک های سری و فیدبک منفی



حل مثال ۱

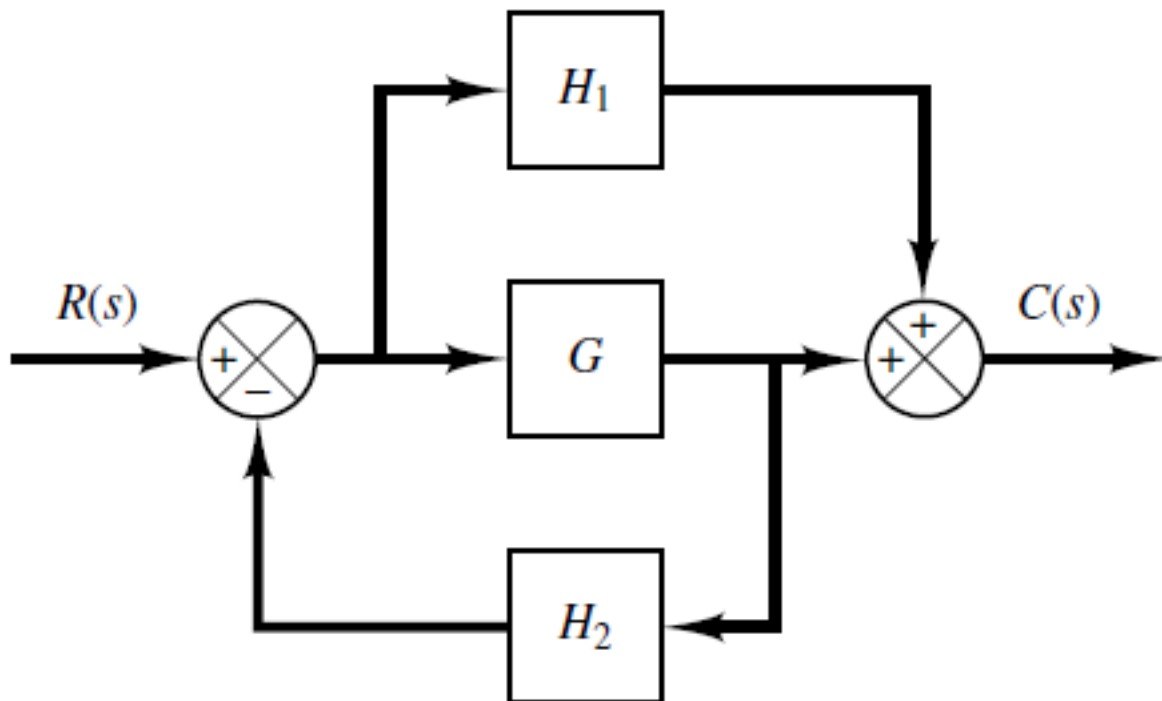
- مرحله چهارم: ساده کردن فیدبک منفی نهایی



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1 G_2 G_3}{1 - G_1 G_2 H_1 + G_2 G_3 H_2 + G_1 G_2 G_3}$$

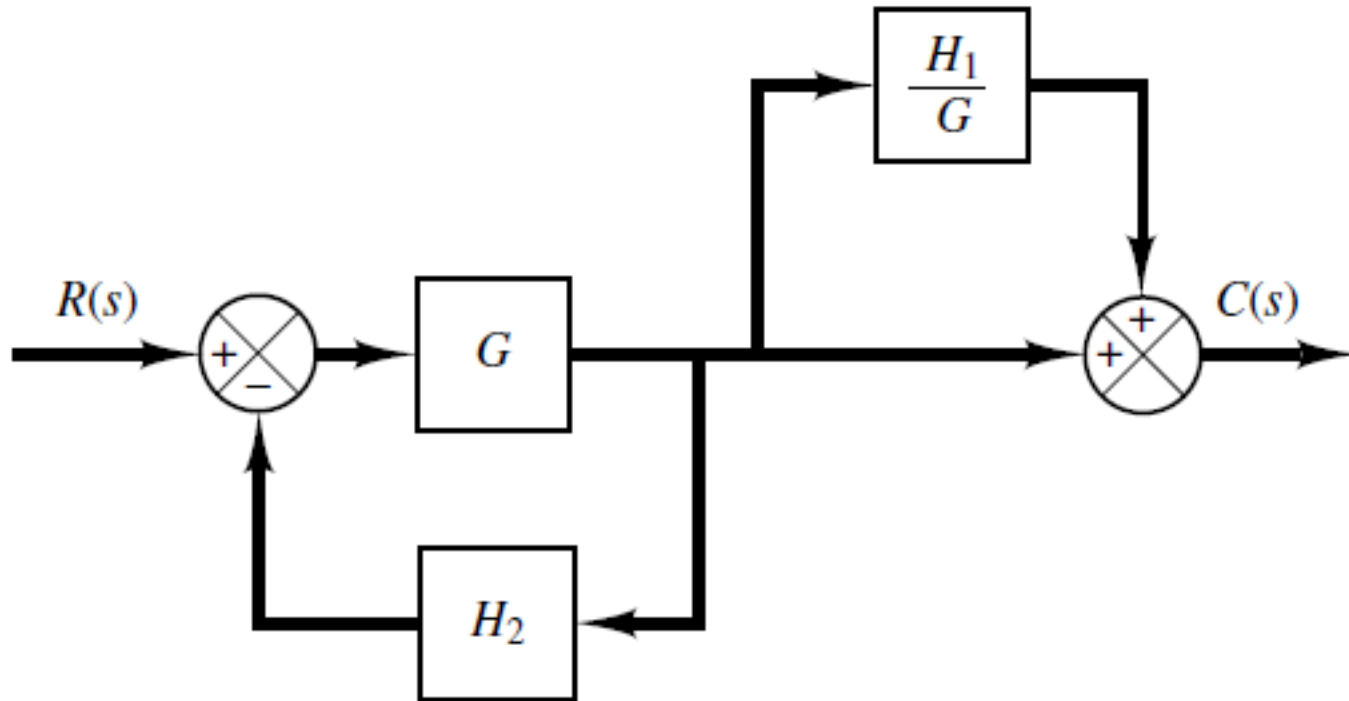
مثال ۲

- تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



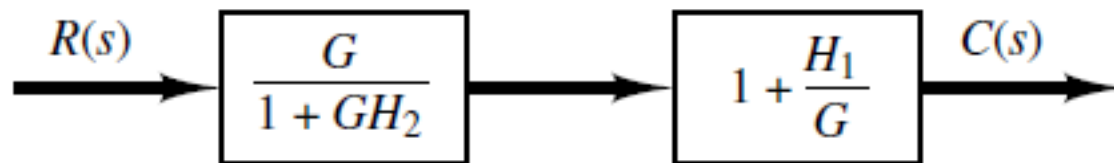
حل مثال ۲

- مرحله اول : حذف گره بین جمع کننده و بلوک G



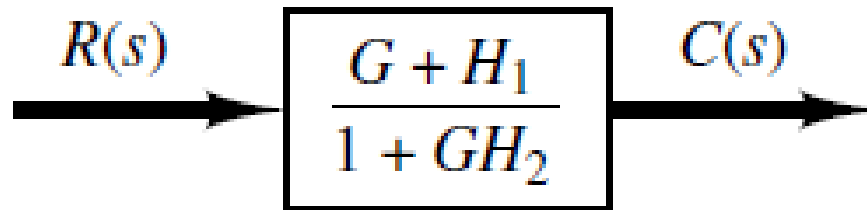
حل مثال ۲

- مرحله دوم : ساده کردن فیدبک منفی و جمع کننده سمت راست



حل مثال ۲

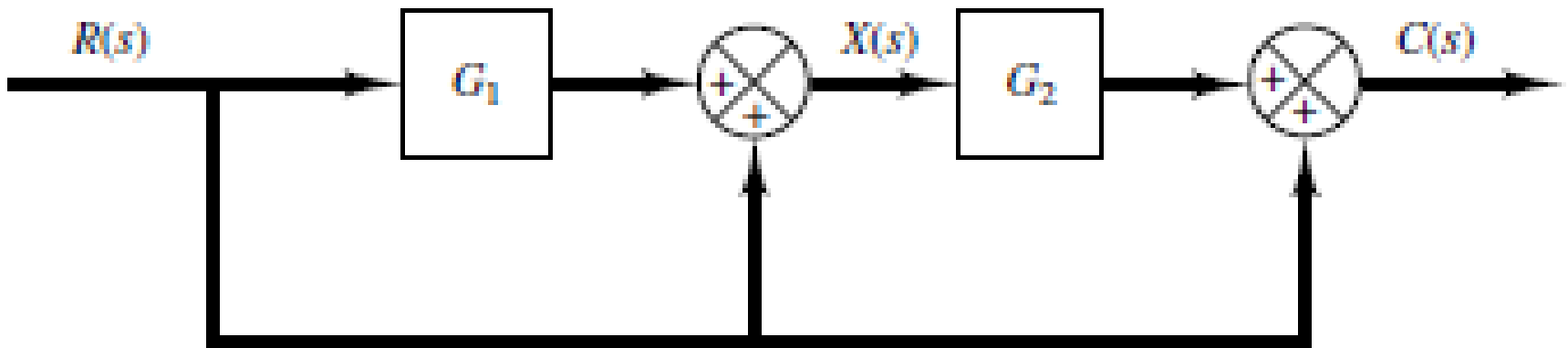
- مرحله سوم : ساده کردن بلوک‌های سری



$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G + H_1}{1 + GH_2}$$

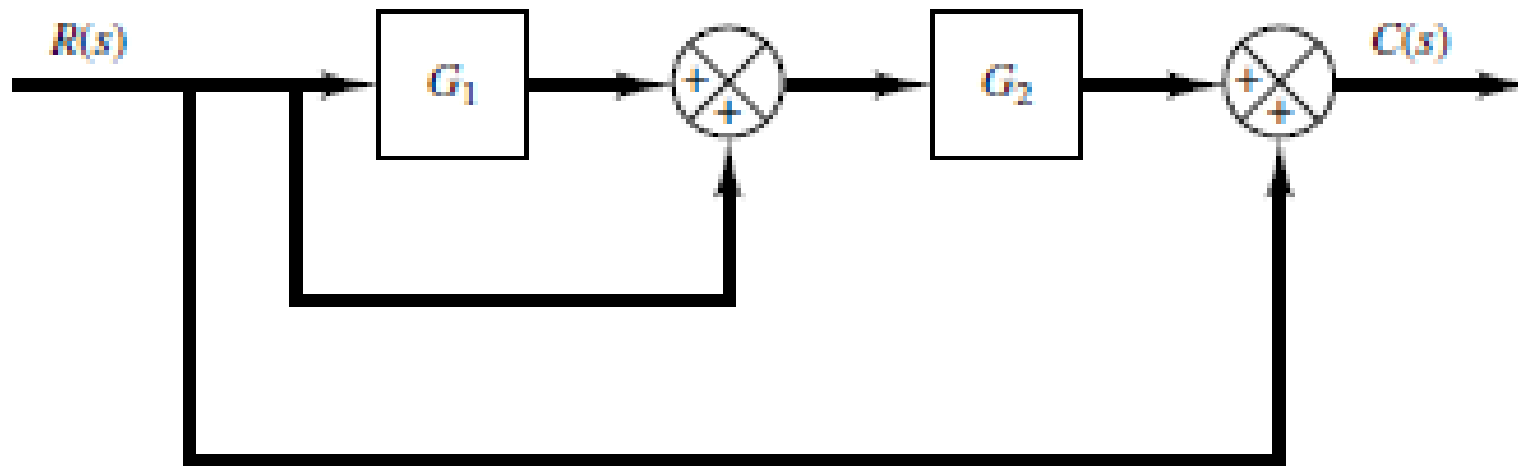
مثال ۳

- تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



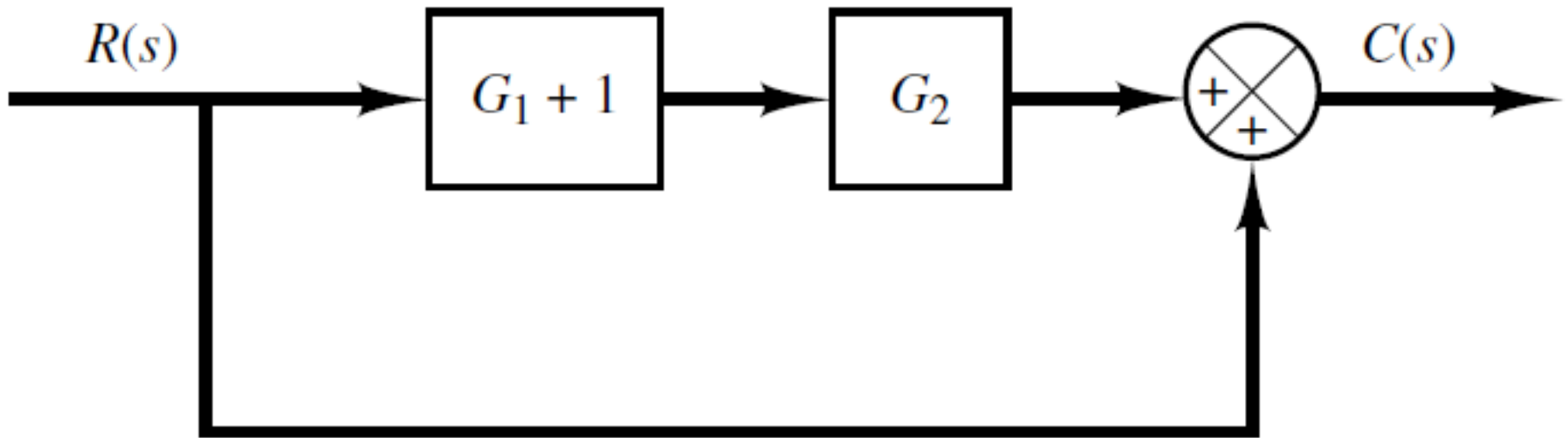
حل مثال ۳

- مرحله اول: تفکیک بلوک G



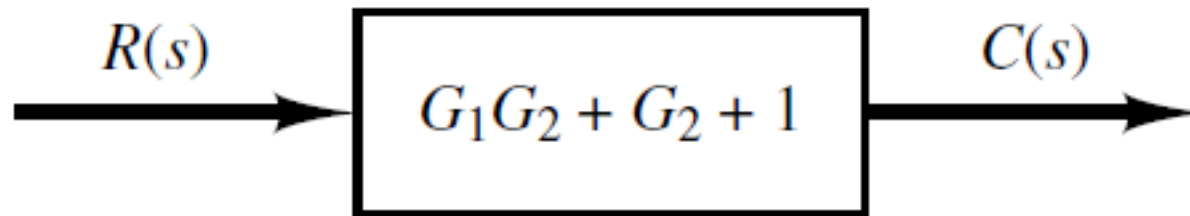
حل مثال ۳

- مرحله دوم: ساده کردن بلوک جمع کننده سمت چپ



حل مثال ۳

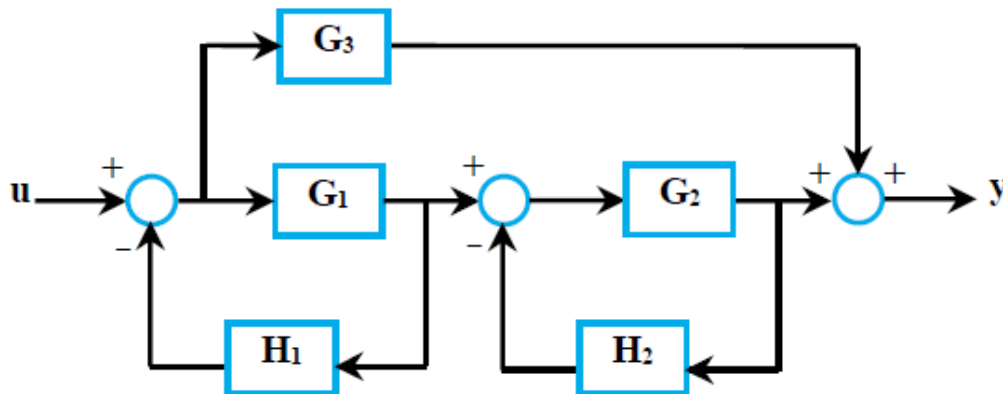
- مرحله سوم و آخر: ساده کردن بلوک های سری و جمع کننده



$$\frac{C(s)}{R(s)} = G_1G_2 + G_2 + 1$$

مثال ۴ (کنکور ارشد ۸۱)

- تابع تبدیل y/u سیستم زیر را بیابید.



$$\frac{G_1 G_2 + G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2} \quad (1)$$

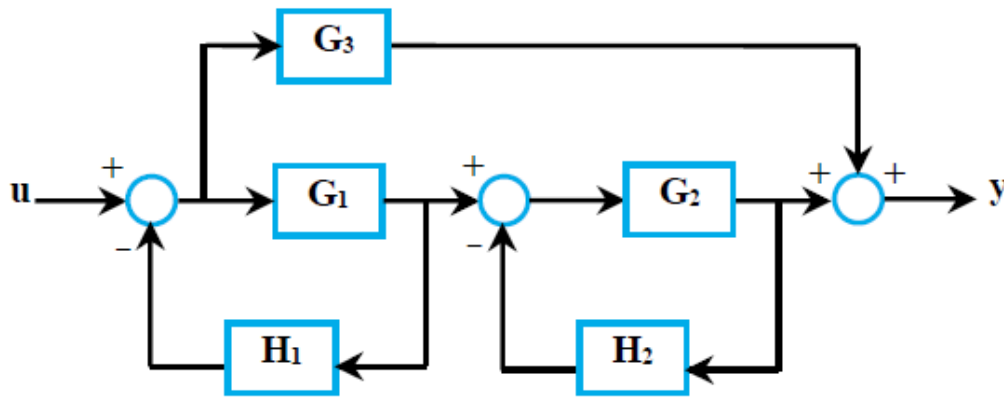
$$\frac{G_1 G_2 + (1 + G_2 H_2)}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2} \quad (2)$$

$$\frac{G_1 G_2 + G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_1 H_1 G_2 H_2} \quad (3)$$

$$\frac{G_1 G_2 + G_3 (1 + G_2 H_2)}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_1 H_1 G_2 H_2} \quad (4)$$

پاسخ مثال ۴

- کافیست بلوک G_3 را به بعد از G_1 منتقل کنیم. در این حالت دو قسمت فیدبک منفی وجود خواهد داشت. فیدبک منفی سمت راست با نمودار بلوکی G_3/G_1 موازی می‌شود. پاسخ گزینه ۴ درست است.



$$\frac{G_1 G_2 + G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2} \quad (1)$$

$$\frac{G_1 G_2 + (1 + G_2 H_2)}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2} \quad (2)$$

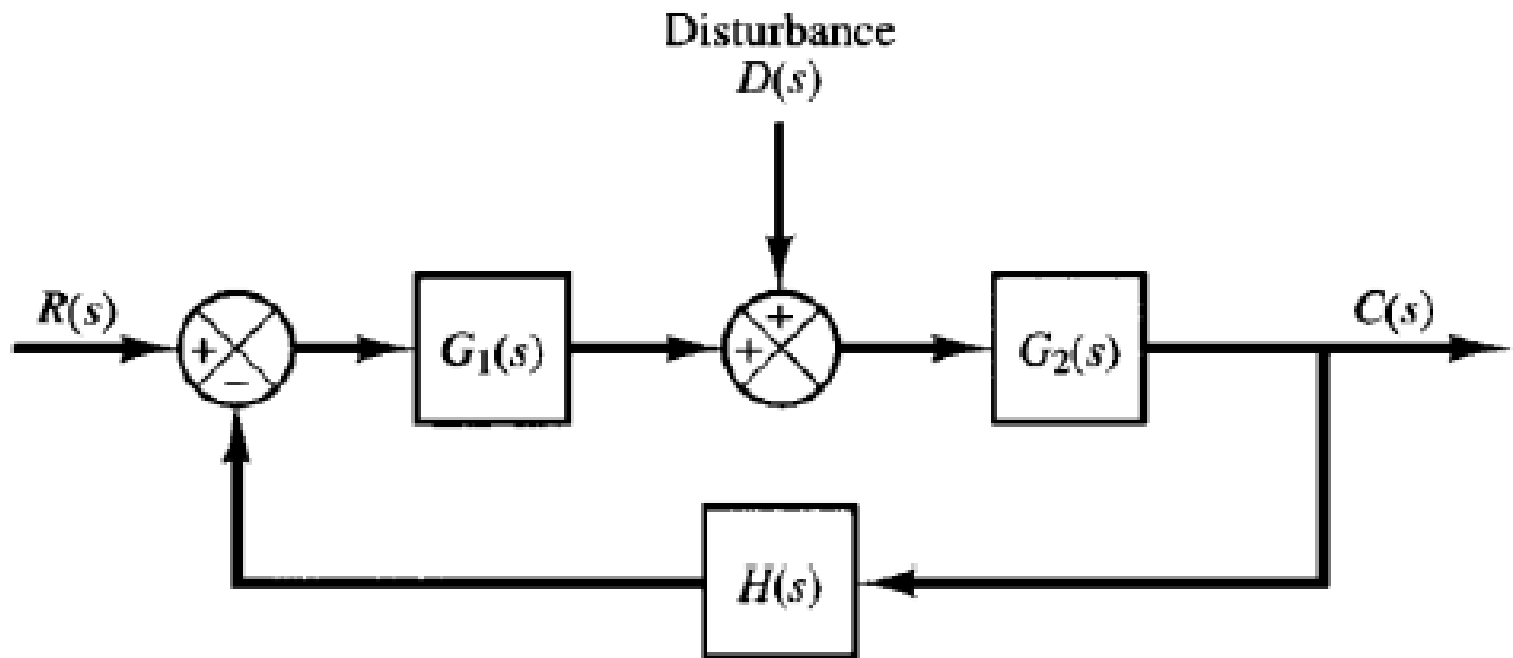
$$\frac{G_1 G_2 + G_3}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_1 H_1 G_2 H_2} \quad (3)$$

$$\frac{G_1 G_2 + G_3 (1 + G_2 H_2)}{1 + G_1 H_1 + G_2 H_2 + G_1 H_1 G_2 H_2} \quad (4)$$

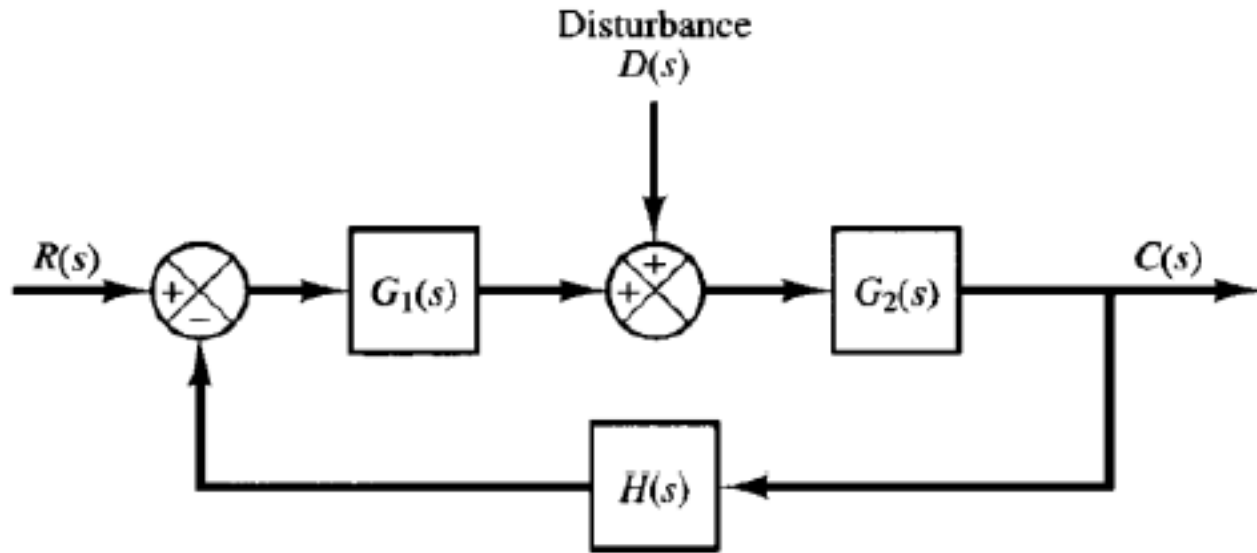
$$\begin{aligned} \frac{y}{u} &= \left(\frac{G_1}{1 + G_1 H_1} \right) \times \left(\frac{G_3}{G_1} + \frac{G_2}{1 + G_2 H_2} \right) = \frac{G_3}{1 + G_1 H_1} + \frac{G_1 G_2}{(1 + G_1 H_1)(1 + G_2 H_2)} \\ &= \frac{G_1 G_2 + G_3 (1 + G_2 H_2)}{(1 + G_1 H_1)(1 + G_2 H_2)} \end{aligned}$$

تأثیر اغتشاش یا نویز بر کار یک سیستم کنترلی

- سیستم زیر را در نظر بگیرید:



تأثير اغتشاش يا نويز بر كار يك سيستم كنترلي



$$\frac{C_D(s)}{D(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

تأثیر اغتشاش یا نویز بر کار یک سیستم کنترلی

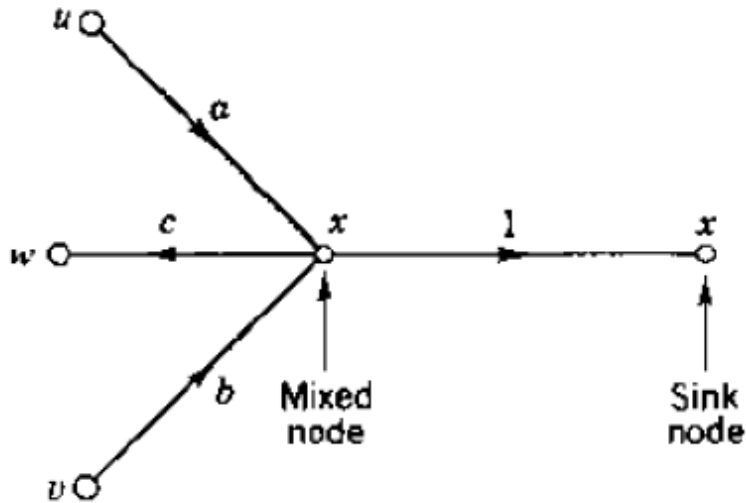
• رابطه نهایی

$$\begin{aligned} C(s) &= C_R(s) + C_D(s) \\ &= \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} [G_1(s)R(s) + D(s)] \end{aligned}$$

در رابطه بالا دیده می شود که اگر $|G_1(s) \cdot H(s)| \gg 1$ باشد آنگاه $|G_1(s) \cdot H(s) \cdot G_2(s)| \gg 1$ است و اثر اغتشاش به سمت صفر میل می کند. این یکی از مزایای فیدبک است که در سیستمهای حلقه بسته ظاهر می شود.

نمودار گذر سیگنال برای یافتن تابع تبدیل سیستم

• تعاریف



گره : نقطه ای است که یک متغیر یا یک سیگنال را نشان می دهد

انواع گره عبارتند از: گره ورودی یا Source، گره خروجی یا Sink

و گره مخلوط یا Mixed.

گره ها دو کار را انجام می دهند. اولاً تمام سیگنالهایی که به آنها وارد می شود را با هم جمع می کنند و ثانياً

حاصل جمع را به تمام شاخه های خروجی ارسال می کند. در شکل بالا داریم:

$$w = cx = cau + cav \text{ و } x = au + bv$$

نمودار گذر سیگنال برای یافتن تابع تبدیل سیستم

• تعاریف

شاخه : خطی است که دو گره را به هم وصل می کند .

بهره : بهره حقیقی یا مختلط بین دو گره .

مسیر : راهی است که یک جریان در جهت شاخه های به هم متصل شده طی می کند .

حلقه : یک مسیر بسته را حلقه گویند .

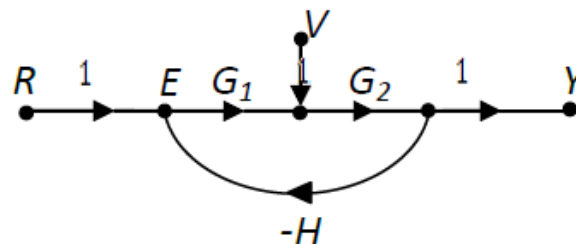
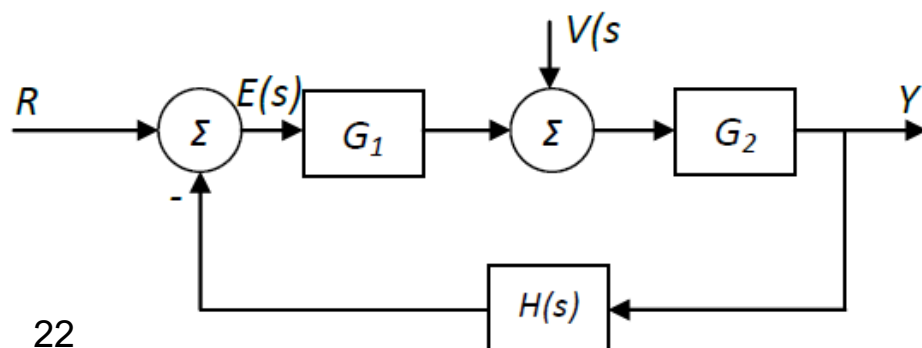
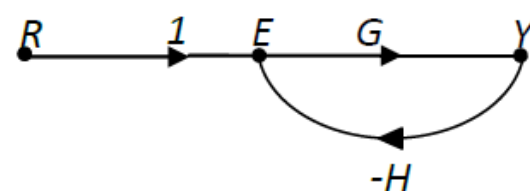
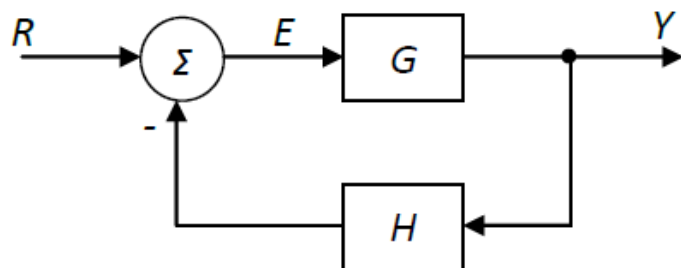
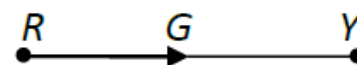
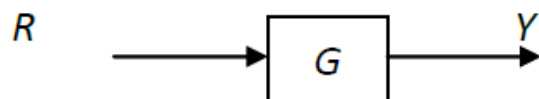
بهره حلقه : حاصل ضرب بهره های شاخه های یک حلقه .

مسیر پیشرو : مسیری است که از گره ورودی به سمت گره خروجی حرکت کند به شرطی که از هر گره فقط

یک بار عبور کند .

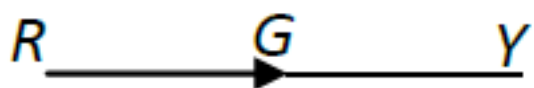
بهره مسیر پیشرو : حاصل ضرب بهره های مسیر پیشرو می باشد .

مثال‌هایی از رسم نمودار گذر سیگنال



نمودار گذر سیگنال

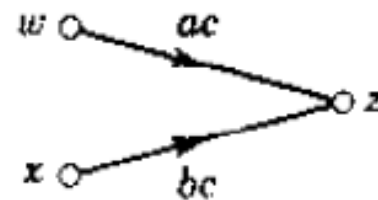
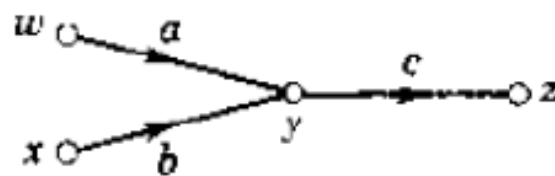
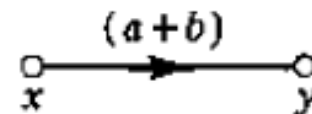
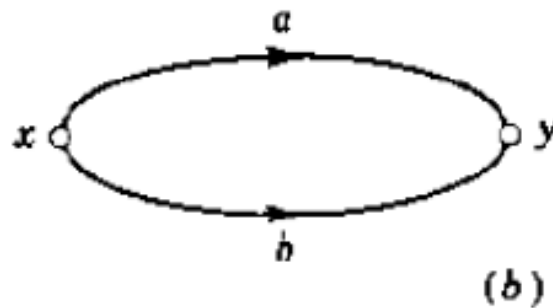
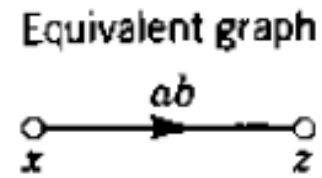
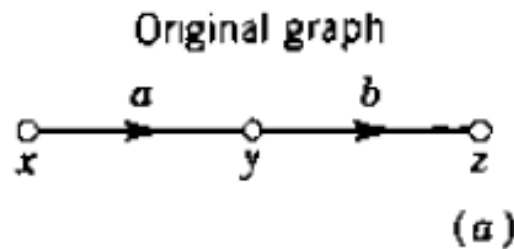
• نکته بسیار مهم



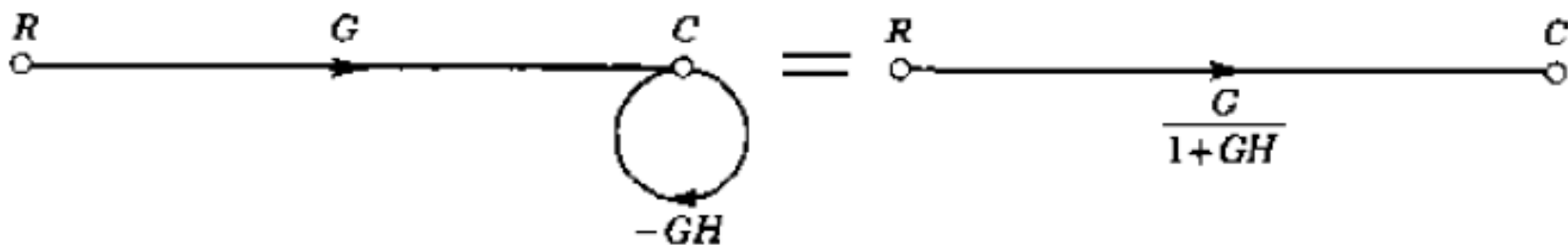
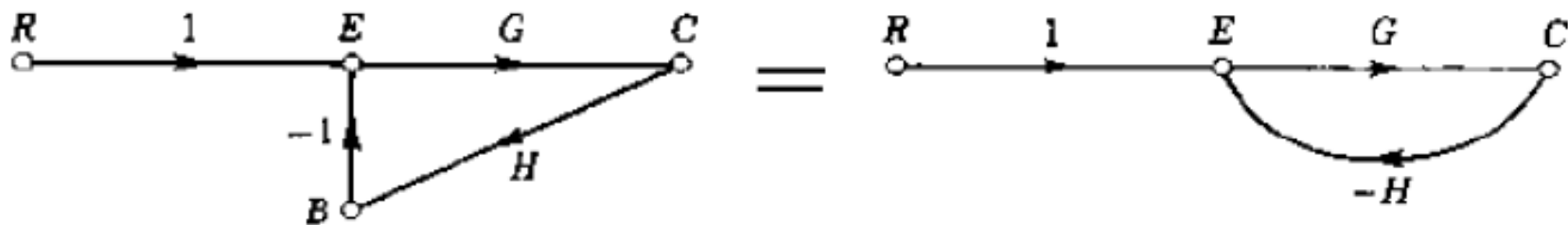
$\neq$



ساده سازی نمودار گذر سیگنال



ساده سازی نمودار گذر سیگنال



روش میسون برای پیدا کردن تابع تبدیل سیستم

- **قاعده میسون**
- اگر یک سیستم را به صورت نمودار گذر سیگنال نمایش دهیم، می‌توانیم تابع تبدیل آن را با استفاده از فرمول بهره میسون که به صورت زیر تعریف میشود، به دست آورد:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_i P_i \cdot \Delta_i$$

i: تعداد مسیرهای پیشرو

P_i: بهره مسیر پیشرو i ام

روش میسون برای نمودار گذر سیگنال

• روش محاسبه دترمینان کلی

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_i P_i \cdot \Delta_i$$

i: تعداد مسیرهای پیشرو
P_i: بهره مسیر پیشرو i ام

+ (مجموع بهره کلیه حلقه های تکی) - $\Delta - 1$

- (مجموع حاصل ضرب بهره های هر دو حلقه ای که با هم گره مشترک ندارند)

+ (مجموع حاصل ضرب بهره های هر سه حلقه ای که با هم گره مشترک ندارند)

.....- (مجموع حاصل ضرب بهره های هر چهار حلقه ای که با هم گره مشترک ندارند)

روش میسون برای نمودار گذر سیگنال

• روش محاسبه دترمینان مسیر پیشرو

$$G(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\Delta} \sum_i P_i \cdot \Delta_i$$

i: تعداد مسیرهای پیشرو
P_i: بهره مسیر پیشرو i ام

Δ_i : دترمینان مسیر پیشرو i ام که به صورت زیر محاسبه می شود :

+ (مجموع بهره کلیه تک حلقه هایی که با مسیر پیش رو i ام گره مشترک ندارند) - $\Delta_i = 1$

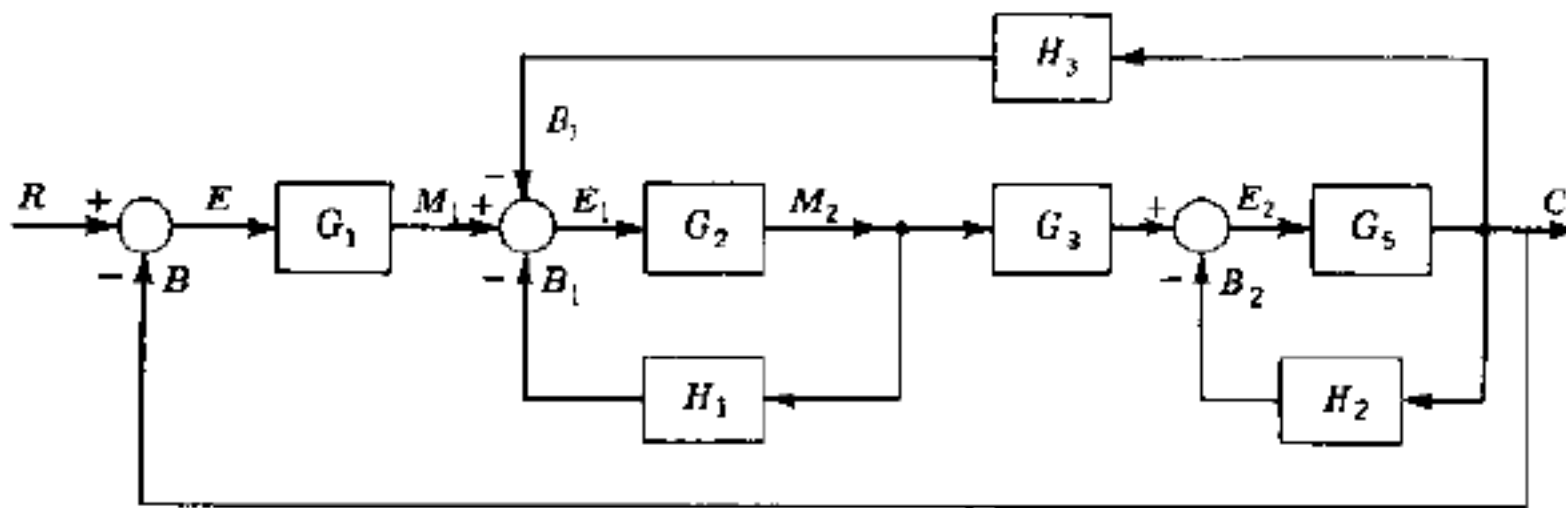
- (مجموع حاصل ضرب بهره های دو حلقه هایی که با همدیگرو با مسیر پیش رو i ام گره مشترک ندارند)

+ (مجموع حاصل ضرب بهره های سه حلقه هایی که با همدیگرو با مسیر پیش رو i ام گره مشترک ندارند)

.....- (مجموع حاصل ضرب بهره های چهار حلقه هایی که با همدیگرو با مسیر پیش رو i ام گره مشترک ندارند)

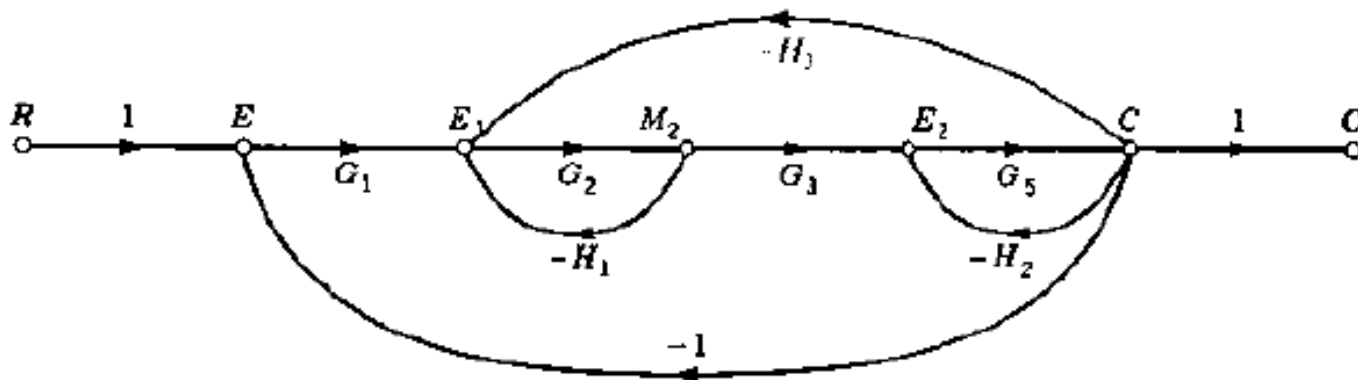
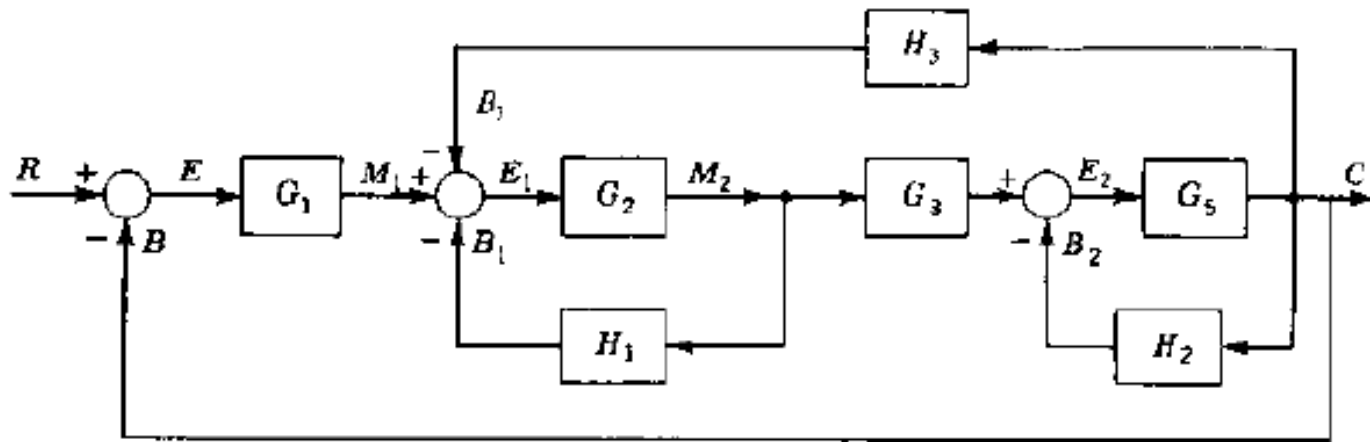
مثال ۵

- با روش میسون تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



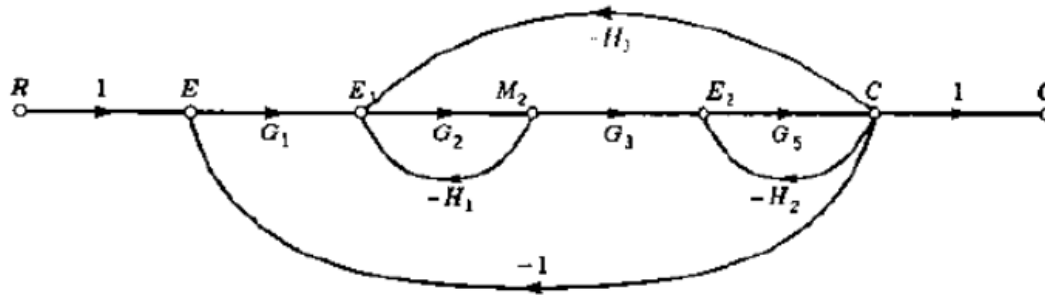
پاسخ مثال ۵

- مرحله اول: تبدیل نمودار بلوکی به نمودار گذر سیگنال



پاسخ مثال ۵

- مرحله دوم: آماده‌سازی پارامترهای رابطه میسون



تعیین مسیرهای پیشرو :

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_5$$

- حلقه های تکی :

$$L_1 = -G_2 H_1 \quad , \quad L_2 = -G_5 H_2 \quad , \quad L_3 = -G_2 G_3 G_5 H_3 \quad , \quad L_4 = -G_1 G_2 G_3 G_5$$

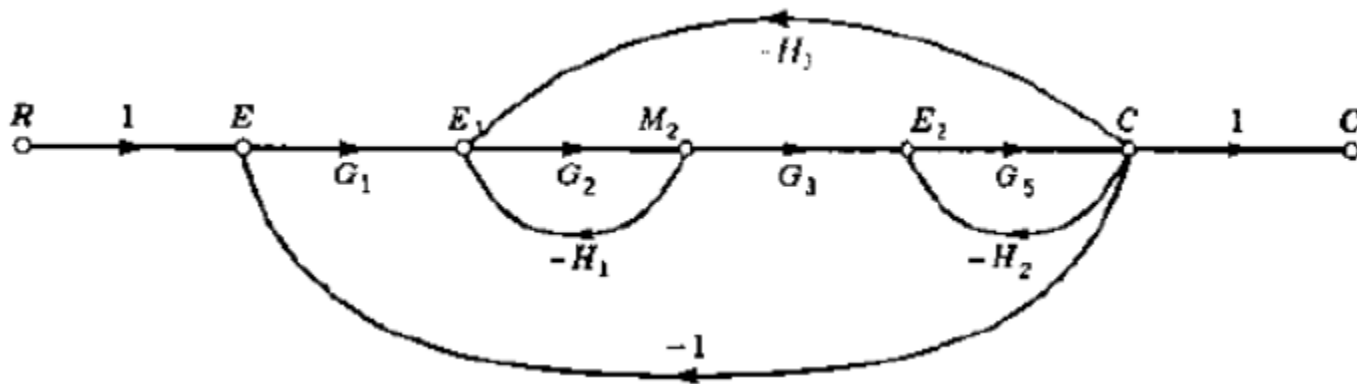
- حلقه های دو تایی :

$$(L_1, L_2)$$

- حلقه های سه تایی : نداریم.

پاسخ مثال ۵

- مرحله سوم : تعیین رابطه نهایی



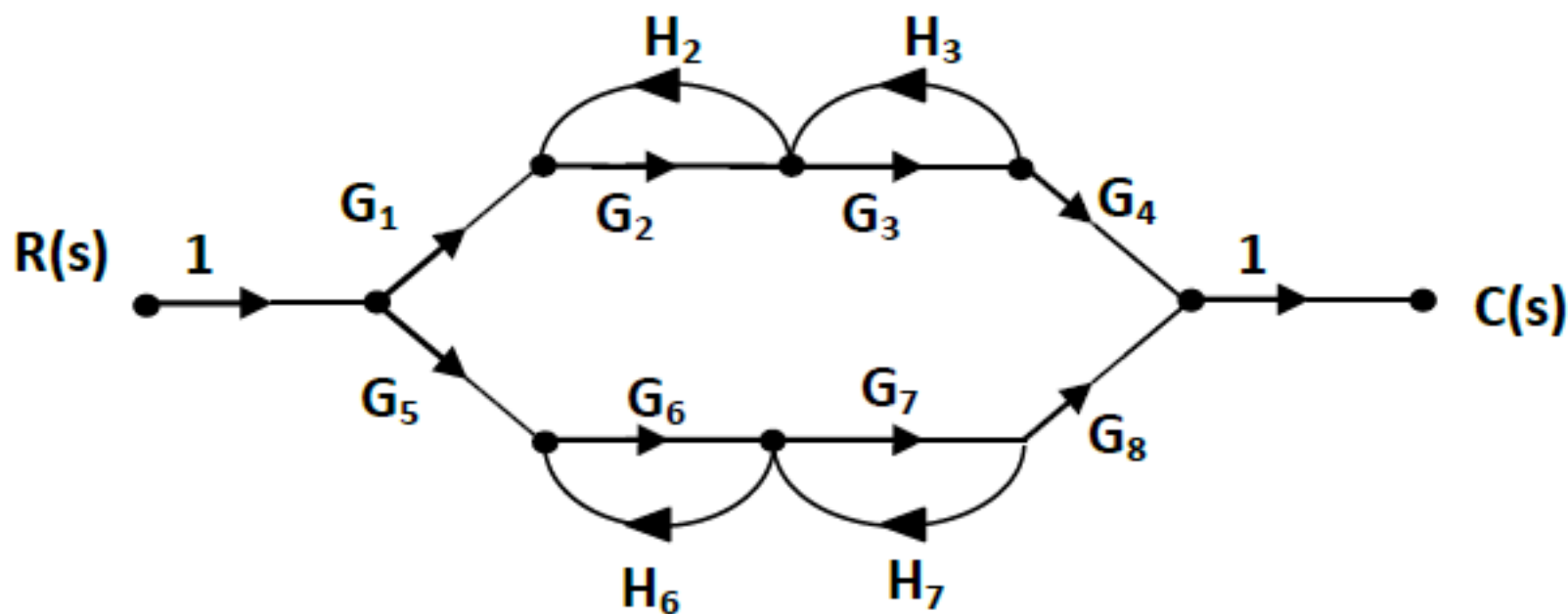
$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1, L_2)$$

$$\Delta_1 = 1$$

$$T(s) = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{G_1 G_2 G_3 G_5}{(-G_2 H_1 - G_5 H_2 - G_2 G_3 G_5 H_3 - G_2 G_3 G_5 + G_2 H_1 G_5 H_2)}$$

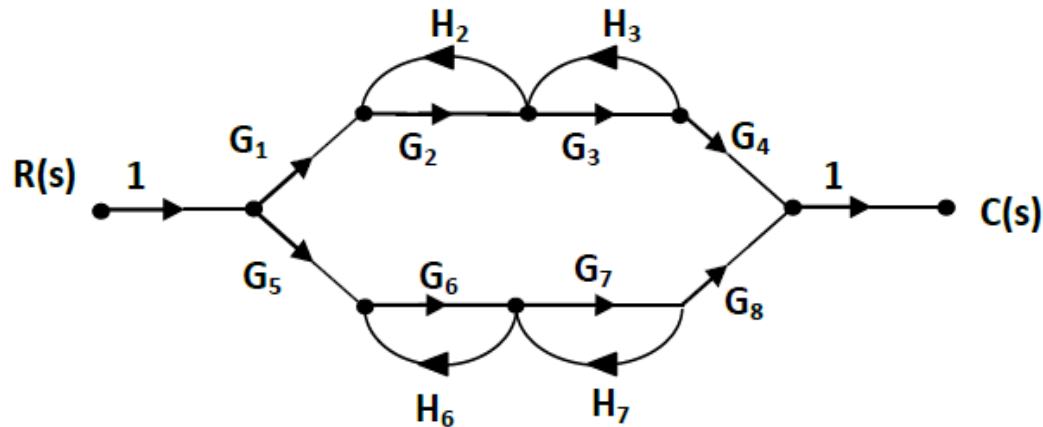
مثال ۶

- تابع تبدیل سیستم زیر را به روش میسون بیابید.



پاسخ مثال ۶

- مرحله اول: آماده‌سازی پارامترهای رابطه میسون



- تعیین مسیرهای پیشرو :

$$P_1 = G_1 G_2 G_3 G_4 \quad , \quad P_2 = G_5 G_6 G_7 G_8$$

- حلقه های تکی :

$$L_1 = G_2 H_2 \quad , \quad L_2 = G_3 H_3 \quad , \quad L_3 = G_6 H_6 \quad , \quad L_4 = G_7 H_7$$

پاسخ مثال ۶

- مرحله دوم: تعیین رابطه نهایی

- حلقه های دو تایی :

$$(L_1, L_3) , (L_1, L_4) , (L_2, L_3) , (L_2, L_4)$$

- حلقه های سه تایی : نداریم.

$$\Delta = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1, L_3 + L_1, L_4 + L_2, L_3 + L_2, L_4)$$

$$\Delta_1 = 1 - (L_3 + L_4)$$

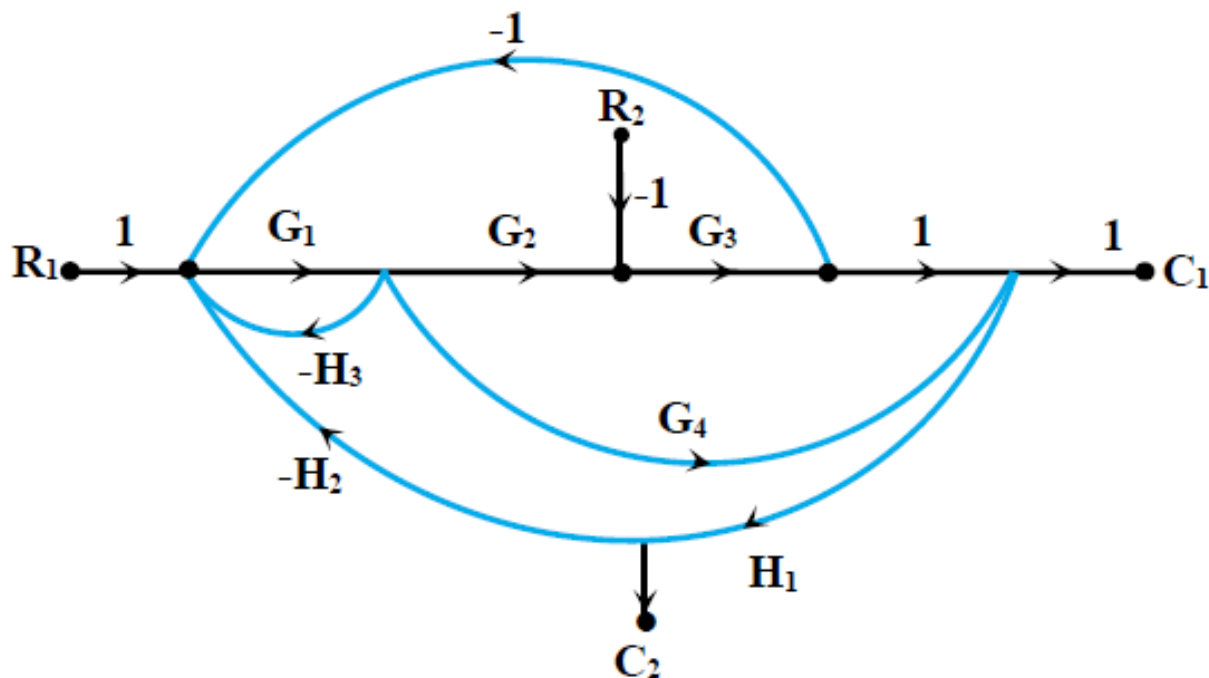
$$\Delta_1 = \Delta|_{L_1, L_2=0} = 1 - (L_3 + L_4)$$

$$\Delta_2 = 1 - (L_1 + L_2)$$

$$\Delta_2 = \Delta|_{L_3, L_4=0} = 1 - (L_1 + L_2)$$

مثال ۷

- تابع تبدیل $C_2(s)/R_2(s)$ گراف گذر سیگنال زیر را محاسبه کنید.



پاسخ مثال ۷

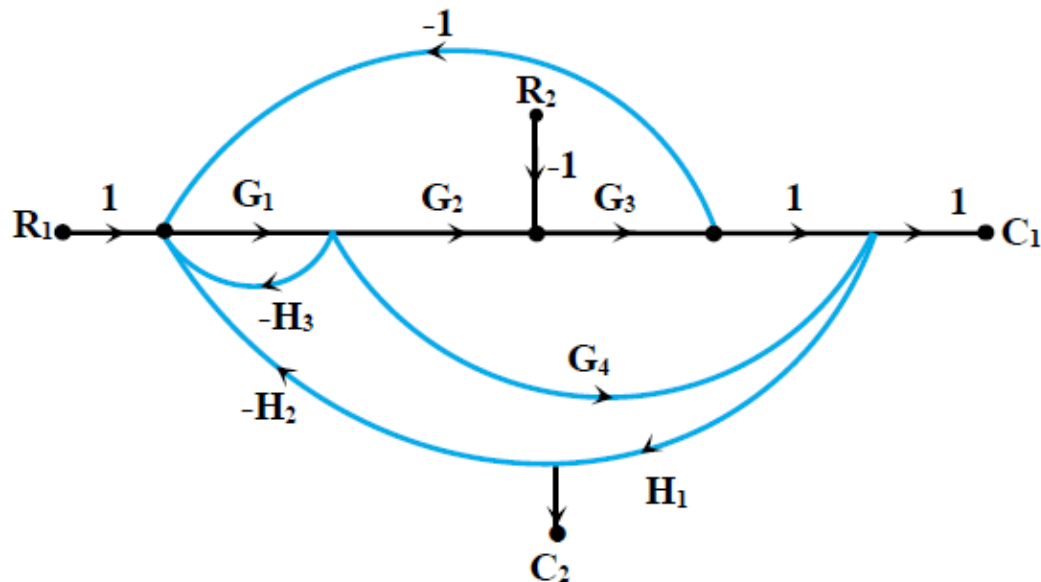
- از R_2 به C_2 دو مسیر پیشرو وجود دارد:

$$P_1 = (-1)G_3H_1$$

$$P_2 = (-1)G_3(-1)G_1G_4H_1$$

- حلقه‌های گراف عبارتند از:

$$L_1 = -G_1H_3, L_2 = -G_1G_2G_3, L_3 = -G_1G_2G_3H_1H_2, L_4 = -G_1G_4H_1H_2$$



پاسخ مثال ۷

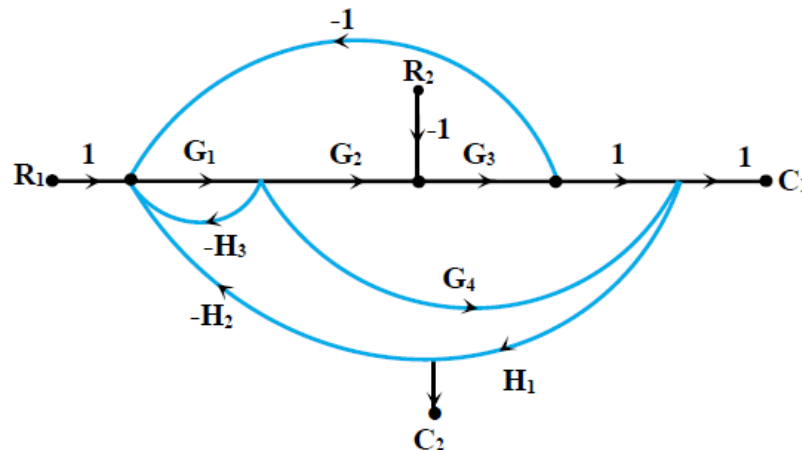
- خواهیم داشت: $\Delta_1 = 1 + G_1 H_3$ چرا که با حذف مسیر اول فقط حلقه $-G_1 H_3$ باقی می ماند و با حذف مسیر دوم هیچ حلقه ای نمی ماند. پس:

$$\Delta_2 = 1$$

- دترمینان و تابع تبدیل مطلوب برابر خواهد شد با:

$$\Delta = 1 - (-G_1 H_3 - G_1 G_2 G_3 - G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 - G_1 G_4 H_1 H_2)$$

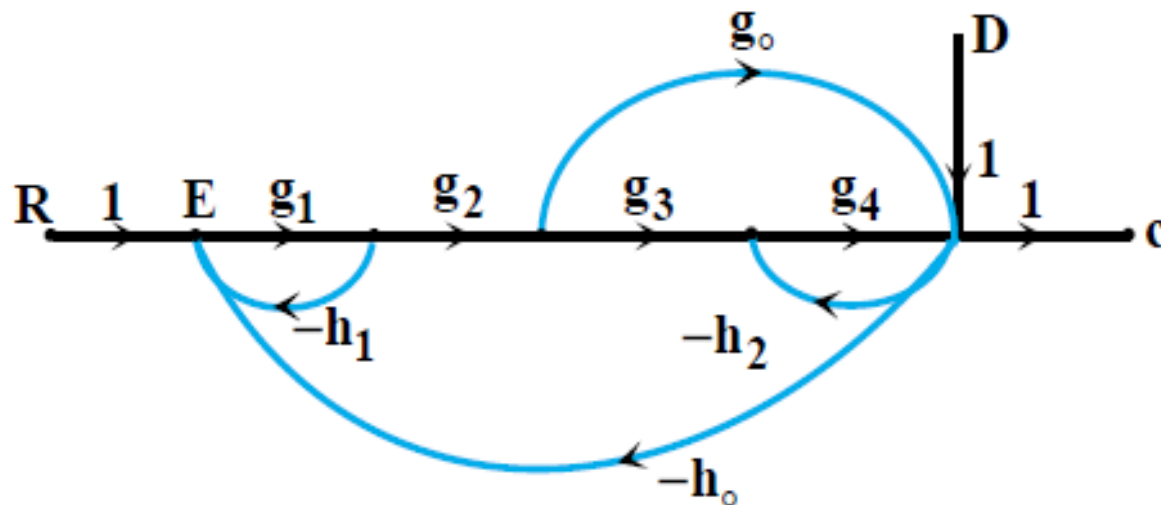
$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)} = \frac{p_1 \Delta_1 + p_2 \Delta_2}{\Delta} = \frac{-G_3 H_1 (1 + G_1 H_3) + G_3 G_1 G_4 H_1}{1 + G_1 H_3 + G_1 G_2 G_3 + G_1 G_2 G_3 H_1 H_2 + G_1 G_4 H_1 H_2}$$



مثال ۸

- تابع تبدیل $E(s)/D(s)$ نمودار گذر سیگنال زیر را کدام گزینه است؟

$$\begin{aligned} \text{(۱)} \quad & \frac{-h_o}{1 + g_1 h_1 - g_f h_2 + g_1 g_2 g_3 g_f h_o} \\ \text{(۲)} \quad & \frac{-h_o}{1 + g_1 h_1 + g_f h_2 + g_1 g_2 g_3 g_f h_o + g_1 g_2 g_o h_o} \\ \text{(۳)} \quad & \frac{-h_o}{1 + g_1 h_1 + g_f h_2 + g_1 g_2 g_3 g_f h_o + g_1 g_2 g_o h_o + g_1 h_1 g_f h_2} \\ \text{(۴)} \quad & \frac{h_o}{1 + g_1 h_1 + g_f h_2 + g_1 g_2 g_3 g_f h_o + g_1 g_2 g_o h_o} \end{aligned}$$



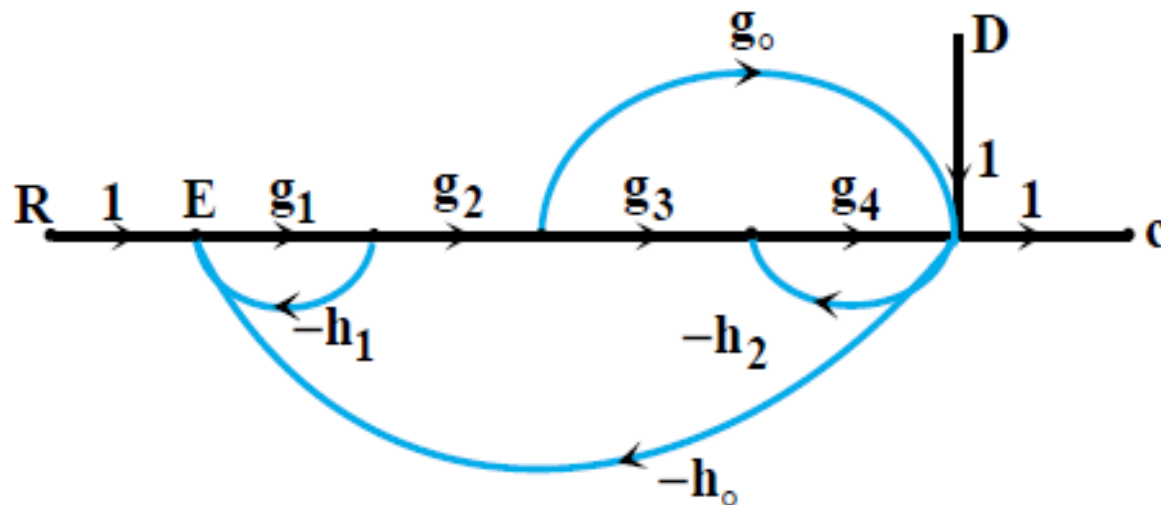
پاسخ مثال ۸

- از D به E تنها یک مسیر پیشرو با بهره $P_1 = -h_0$ وجود دارد. پس $\Delta_1 = 1$

$$L_1 = -g_1 h_1, L_2 = -g_4 h_2, L_3 = g_1 g_2 g_3 g_4 (-h_0), L_4 = g_1 g_2 g_0 (-h_0)$$

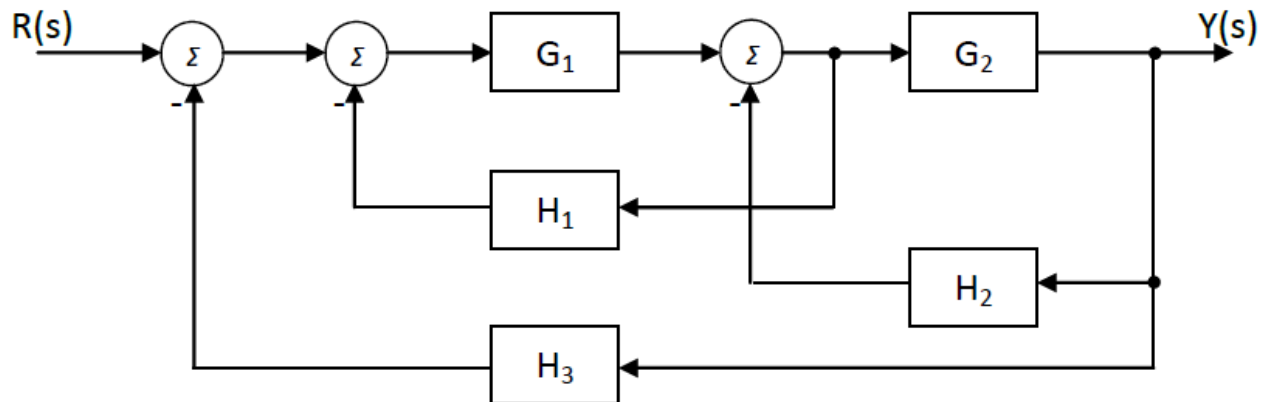
$$\Delta = 1 - (-g_1 h_1 - g_4 h_2 - g_1 g_2 g_3 g_4 h_0 - g_1 g_2 g_0 h_0) + (g_1 h_1 g_4 h_2)$$

$$\frac{E}{D} = \frac{P_1 \Delta_1}{\Delta} = \frac{-h_0}{1 + g_1 h_1 + g_4 h_2 + g_1 g_2 g_3 g_4 h_0 + g_1 g_2 g_0 h_0 + g_1 h_1 g_4 h_2}$$



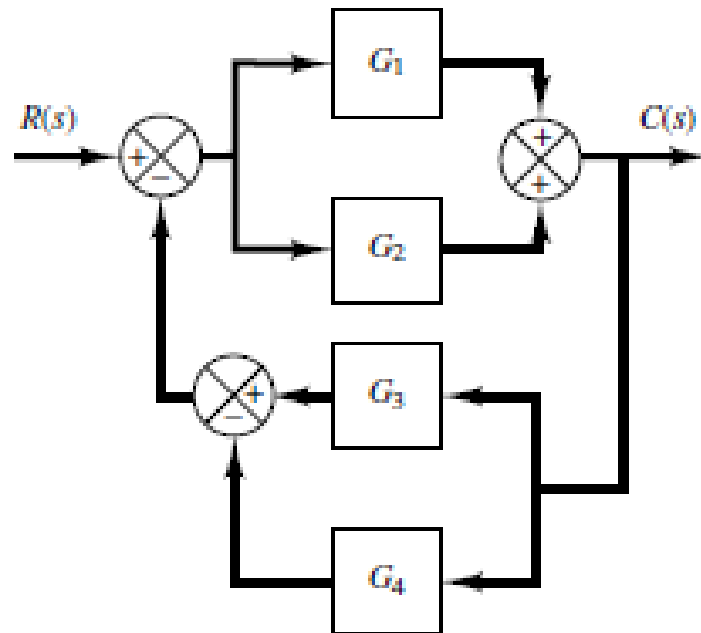
تمرین ۱

- تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



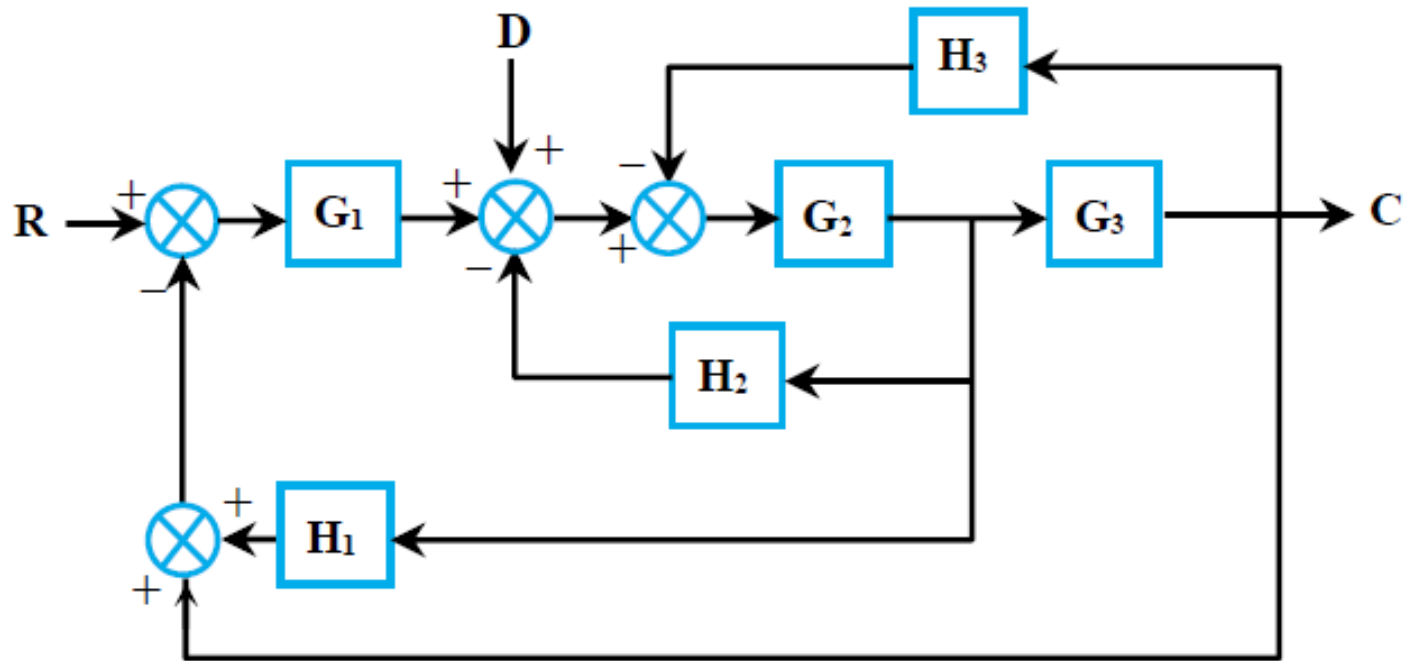
تمرین ۲

- تابع تبدیل سیستم زیر را بیابید.



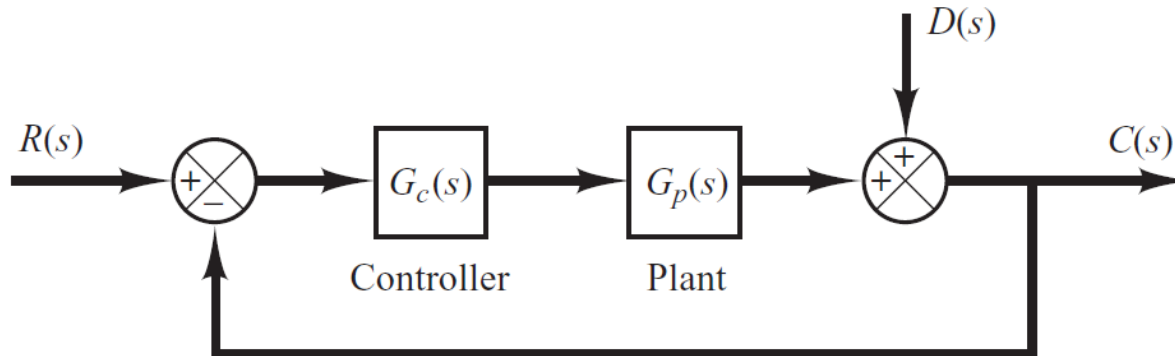
تمرین ۳

- تابع تبدیل C/D سیستم زیر را بیابید.



تمرین ۴

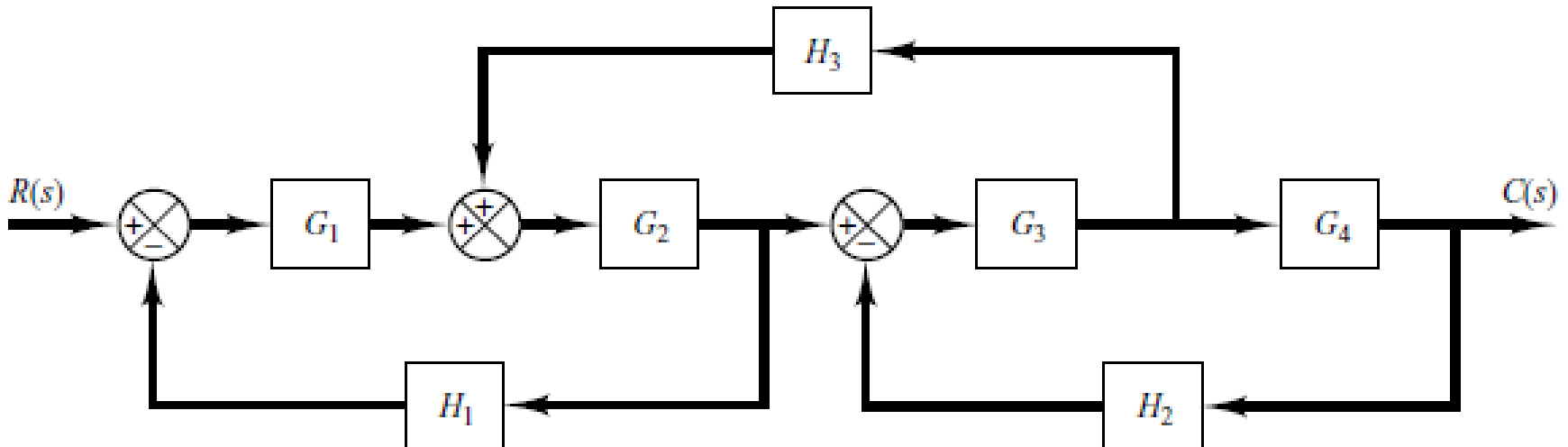
- فرض کنید سیگنال اغتشاش (مزاحم) از مسیر زیر وارد سیستم کنترلی با بلوک دیاگرام زیر می‌شود:



- الف) رابطه تابع تبدیل را بر حسب ورودی $R(s)$ و سیگنال مزاحم $D(s)$ بنویسید.
- ب) چه رابطه‌ای بین پارامترهای سیستم برقرار باشد تا خروجی سیستم به سیگنال مزاحم حساس نباشد.

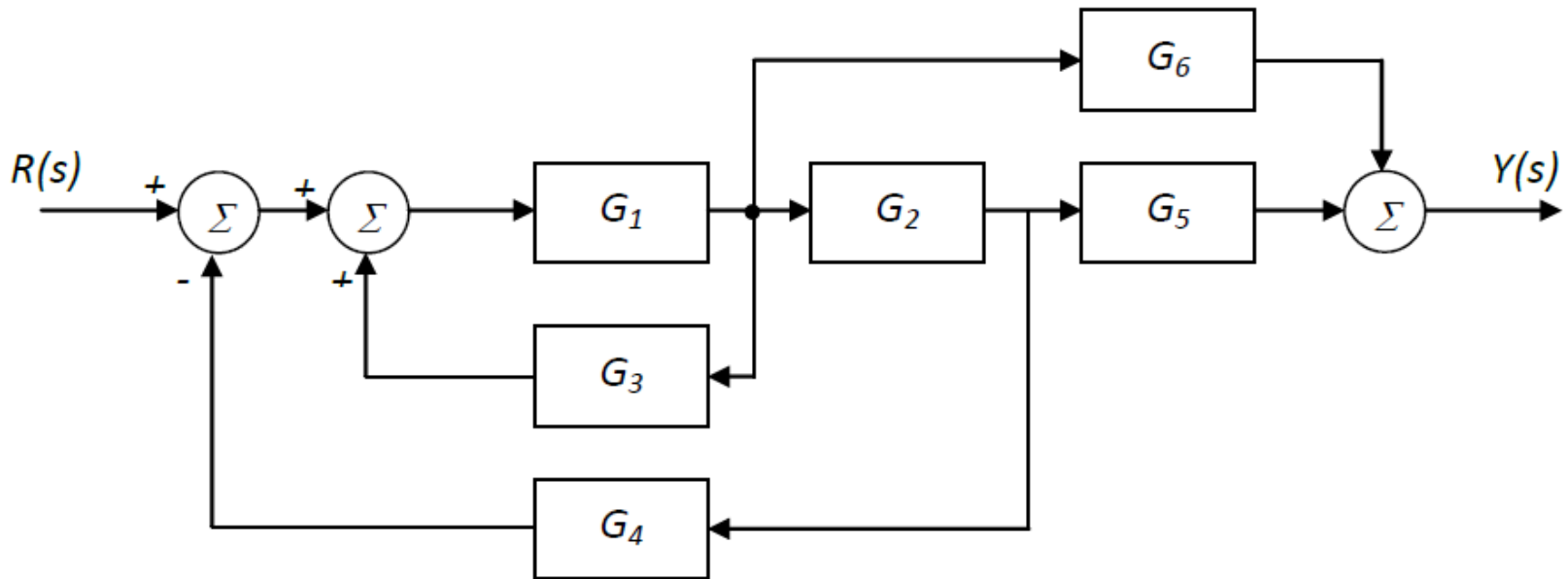
تمرین ۴

- در سیستم کنترلی زیر ابتدا نمودار بلوکی را به نمودار گذر سیگنال تبدیل کرده و سپس تابع تبدیل آن را به روش میسون بیابید.



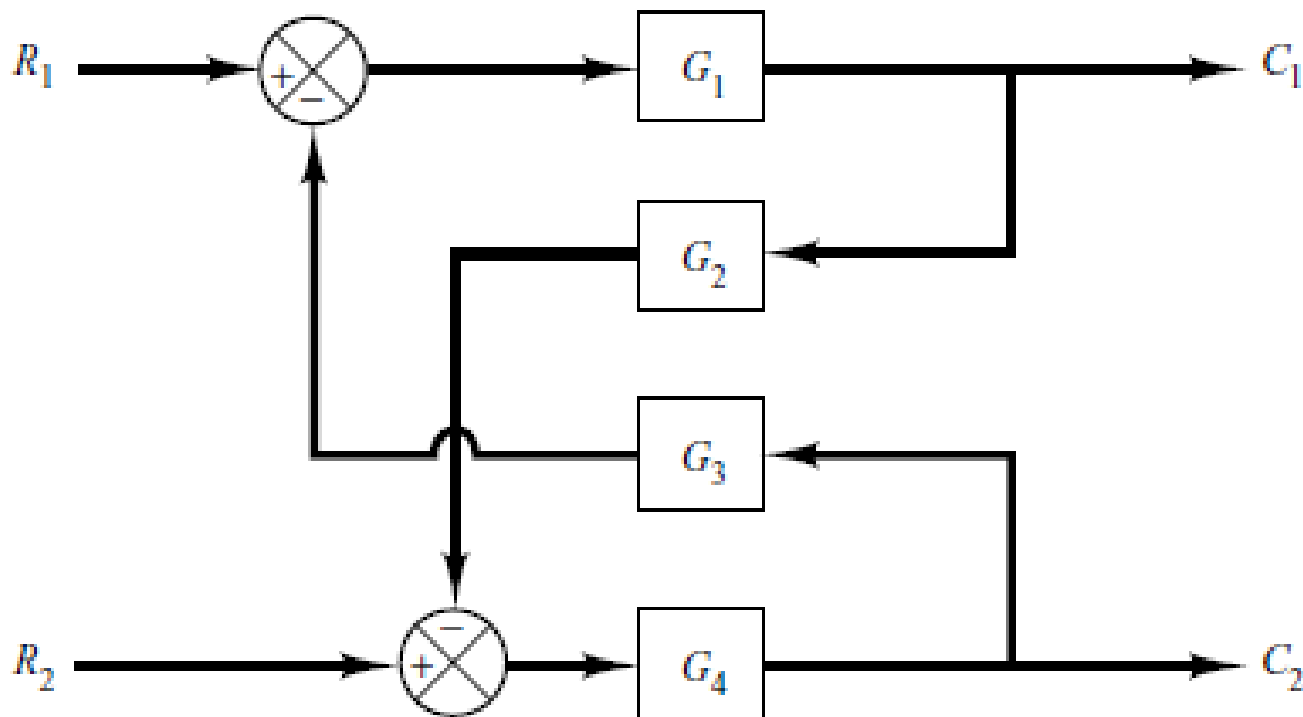
تمرین ۵

- در سیستم کنترلی زیر ابتدا نمودار بلوکی را به نمودار گذر سیگنال تبدیل کرده و سپس تابع تبدیل آن را به روش میسون بیابید.



تمرین ۶

- توابع تبدیل C_1/R_1 و C_2/R_2 را در شکل زیر به روش نمودار گذر سیگنال و روش میسون بیابید.



تمرین ۷

- نمودار بلوکی زیر را به نمودار گذر سیگنال تبدیل کرده و تابع تبدیل C/D را محاسبه کنید.

